**Historia del Calculo Operacional**

El Cálculo operacional es una técnica mediante la cual los problemas analíticos se transforman en problemas algebraicos, mucho más fáciles de resolver. Esta técnica es aplicada en gran medida en la resolución de ecuaciones diferenciales.

Para analizar proceso histórico del desarrollo del Cálculo Operacional, debemos remontarnos a los problemas matemáticos que surgieron en la antigüedad. Sin embargo, no se encontraron métodos sistemáticos para la resolución de los mismo hasta que, simultáneamente, Leibniz y Newton empezaron a desarrollar el denominado calculo diferencial.

A finales del siglo XVII, Oliver Heaviside completa los estudios realizados por Robert Bell Carmichael y por George Boole sobre la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, aplicándolos en el ámbito de la ingeniería eléctrica. Esto es lo que da lugar al de nominado Calculo Operacional.

La teoría de Heaviside fue ampliamente criticada, especialmente por su falta de rigurosidad, detectándose algunos errores del método de cálculo. Este método se basa en la definición del operador Dt como:

con esta definición del operador se puede comprobar que se cumplen:

*Dtk(cf)(t) = cDtkf(t)*

*Dtk(f + g)(t) = Dtkf(t) + Dtkg(t)*

*Dtl(Dtkf)(t) = Dtl+tkf(t) con k y l Z+*

A su vez define la función inversa del operador como:

El problema del método de cálculo descrito, empieza al buscar la interpretación de operadores como D1/2. Heaviside dio una regla de translación para tales situaciones mediante el denominado teorema de expansión pero en ocasiones aparecen resultados erróneos, debido a que en el teorema faltan condiciones de validez.

Durante el siglo XX, se intenta justificar el método operacional de Heaviside, dando justificaciones rigurosas a partir de ideas relacionadas con la transformada de Laplace, definida para funciones f: R+ → C mediante:

en todos aquellos puntos p ∈ C donde la integral exista. La integral anterior concluye que:

*L[f](p) = pF(p) − f(0)*

De esta forma, el operador D del método de cálculo de Heaviside, se reemplaza por la multiplicación de la imagen F por la variable compleja p. Aun así, desde el punto de vista matemático, el método presenta algunas desventajas:

- su justificación requiere de herramientas tanto de álgebra como de análisis.

- por las condiciones necesarias para la existencia de la integral algunas transformadas no existen.

Sin embargo, por la fuerza de la tradición, este método sigue siendo utilizado en áreas como la física y la ingeniería, y frecuentemente se considera que es el único método practico para resolver ecuaciones diferenciales.

Siguiendo lo expuesto, el proceso de resolución de una ecuación diferencial consta de tres pasos:

1.- Transformar la ecuación diferencial en otra ecuación, que en el caso de ecuaciones diferenciales ordinarias es una ecuación algebraica más fácil de resolver.

2.- Resolver la ecuación trasformada usando operaciones algebraicas.

3.- Deshacer la transformación inicial para encontrar la resolución de la ecuación original.

De este modo, la resolución de una ecuación diferencial ordinaria se realiza mediante una resolución algebraica. El primer paso se realiza mediante las tablas de transformadas de las funciones y las propiedades conocidas de la trasformación. El segundo paso es únicamente una operación algebraica. Y el último paso similar al primero, consistiría en aplicar tablas de transformaciones inversas de las funciones y las propiedades de estas transformaciones.

**Transformada de Laplace**

La transformada de Laplace es una herramienta para resolver gran variedad de problemas en los que se presentan ecuaciones diferenciales ordinarias. El fundamento del método es transformar los problemas con ecuaciones diferenciales, difíciles de resolver, en problemas simples de álgebra donde las soluciones pueden ser obtenidas fácilmente.

La definición de Transformada de Laplace de una función f(t) (en ecuaciones diferenciales, o en análisis matemático o en análisis funcional) para todos los números positivos t = 0, es la función F(p), definida por:

La transformada de Laplace permite la resolución de ecuaciones lineales con coeficiente constantes (muy comunes en la resolución de circuitos eléctricos):

**Existencia de la Transformada**

Cualquier función no tiene siempre una transformada. Las condiciones suficientes para la existencia de la transformada de Laplace de una función cualquiera:

- f(t) está definida y es continua a trozos en el intervalo para todos los puntos

- f(t) es de orden exponencial α, lo cual significa que , f(t) es tal que

**Propiedades de La transformada**

La Transformada de Laplace cumple una serie de propiedades, fundamentales para facilitar el método, que son:

* Linealidad
* Derivación
* Integración
* Cambio de escala
* Desplazamiento en la frecuencia
* Desplazamiento en el tiempo

u(t) representa la función escalón unitario

* Desplazamiento potencia n-sima
* Convolución
* Teorema del Valor Inicial
* Teorema del Valor Final

**Tablas de la transformada**

A partir de la misma definición se desarrollan tablas de transformadas de las funciones básicas y mediante las propiedades anteriores se pueden calcular transformadas de funciones más complejas. Las transformadas más comunes son:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **F u n c i ó n** | **T r a n s f o r m a d a** | **D o m i n i o** |
|  |  |  |
| 1 |  |  |
| *t* |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Transformada inversa**

Tras realizar los cálculos correspondientes para la solución algebraica de la ecuación trasformada, debemos deshacer esta transformación. Esto se realiza mediante la Transformada inversa, definida como:

De igual forma que en la transformada de Laplace, la transformada inversa cumple las siguientes propiedades:

* Linealidad
* Derivación
* Integración
* Cambio de escala
* Desplazamiento en la frecuencia
* Desplazamiento en el tiempo
* Desplazamiento potencia n-sima
* Convolución

La aplicación de estas permite el cálculo de la transformada inversa de otras funciones más complejas como en el caso de la transformada.

**Bibliografia**

* Transformada de Laplace. Murray R. Spiegel. Ed. McGraw-Hill
* Fundamentos algebraicos lineales del calculo operacional. Tesis de Gabriel Bengochea Villegas <http://mat.izt.uam.mx/mat/documentos/produccion_academica/toda_la_produccion/Tesis%20dirigidas-58-72.pdf>
* Transformada de Laplace y sus aplicaciones a las ecuaciones diferenciales. José Salvador Cánovas Peña. 2008
* Fundamentos de Métodos Matemáticos para física e ingeniería. Euguenii V. Kurmyshev. Ed LIMUSA S.A. 2008
* <https://books.google.es/books?id=6sqm3nrOgnIC&pg=PA214&lpg=PA214&dq=usando+%22calculo+operacional%22&source=bl&ots=qOFQSOstJP&sig=Z7g3u6RdXusKs3fh4Jklw5ofFQI&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwi-wMer4LDRAhUGWRQKHWvTB78Q6AEIMTAD#v=onepage&q=usando%20%22calculo%20operacional%22&f=true>
* <http://www.monografias.com/trabajos94/transformada-laplace-y-transformada-z/transformada-laplace-y-transformada-z.shtml>
* <https://www.enchufa2.es/archives/heaviside-una-vida-dedicada-a-un-solo-libro.html>
* <http://www.histel.com/z_histel/biografias.php?id_nombre=52>
* <http://www.uclm.es/profesorado/raulmmartin/AmpliacionMatematicas/laplace.pdf>
* <http://materias.fi.uba.ar/61107/Apuntes/La00.pdf>
* <http://www.ehu.eus/juancarlos.gorostizaga/apoyo/transform_lapl.htm>
* <http://www.wikimatematica.org/index.php?title=Transformada_inversa_de_Laplace>
* <https://es.wikipedia.org/wiki/Transformada_de_Laplace#Condiciones_de_convergencia>
* <https://pt.wikipedia.org/wiki/C%C3%A1lculo_operacional#cite_note-2>
* <http://matematicas.udea.edu.co/~jescobar/docs/cap6.pdf>
* <http://repositorio.uned.ac.cr/reuned/bitstream/120809/452/1/MC0192%20Ecuaciones%20diferenciales%20-%202011%20-%20Matem%C3%A1tica.pdf>
* <http://matematicas.univalle.edu.co/~jarango/Books/curso/cap07.pdf>
* <http://www.ecuacionesdiferenciales.jcbmat.com/id270.htm>